

Finansal Zaman Serilerinin Fraktal Analizi

Namık Kemal ERDOĞAN¹

Anadolu Üniversitesi

Öz

Bu çalışmanın amacı, Türkiye’de 2007 ile 2017 yılları arasındaki günlük verileri kullanarak Borsa İstanbul indeksi (BİST100) ve Altın Ons fiyatlarını R/S, V/S ve Periodogramanalizi kullanılarak Hurst üstelini hesaplamaktır. Zaman serilerindeki uzun dönemli bellek yapısını belirlemek için dönüştürülmüş genişlik (R/S), dönüştürülmüş varyans (V/S) ve yarı parametrik nitelikteki periodogram analizi geliştirilerek Hurst üsteli tahmin edilmiştir. Çalışmada BİST100 indeksi günlük getiri değerleri ve Altın ons fiyatlarını tahmin etmek için, R istatistik paket programı kullanılmıştır. Hurst üsteli tahmin sonuçları, BİST100 indeksi ve Altın Ons fiyatları serilerinin uzun dönemli bellek yapısı taşıdığı gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler:

Fraktal analiz, Hurst üsteli, Kendine benzerlik, Kendini andırıcılık, Fraktal market hipotezi

Fractal Analysis of Financial Time Series

Abstract

The aim of this study is to calculate the Hurstexponent by using R / S, V / S and Periodogram analysis for Borsa Istanbul index(BIST100) and Gold Ounceprices in Turkey for the daily period of 2007-2017. Hurstexponent is estimated by developing transformedwidth (R/S), transformed variance (V/S) and semi-parametric periodogram analysis in order to determine the structure of long-termmemory in time series. In this study, forthe estimation of daily BIST100 index returnvalues and gold ounce prices, the R statistical software program are used. Hurstexponent estimation results hows that the daily series of BIST100 index and Gold Ons prices have long-term memory structure.

Keywords:

Fractalanalysis, Hurstexponent, Selfsimilarity, Self affinity, Fractal market hypothesis

¹Doç.Dr., İşletme Fakültesi, nkerdogan@anadolu.edu.tr

Giriş

Etkin piyasa hipotezi anomalilerin ortadan kalkarak, fiyatlardaki dalgalanmaların rassal yürüyüş özelliği kapsamında normal dağılıma uyduğunu ve piyasada adil yada etkin fiyatın oluşacağını ifade etmektedir. Ancak gerçekte fiyatlardaki dalgalanmalar rassal yürüyüş özelliği göstermeyerek normal dağılıma uymamaktadır. Piyasa verileriyle etkin piyasa hipotezi arasındaki farklılaşma getirilerdeki bağımlılık, uzun dönemli bellek ve kendine benzerlik kavramlarını ortaya çıkartmıştır. Fraktal piyasa hipotezi ise etkin piyasa hipotezine alternatif olarak finansal zaman serilerindeki kendine benzerliğin anlaşılmasıyla oluşmuştur,

Finans piyasalarındaki fiyat hareketlerinin davranışına yönelik ilk çalışmalar, fiyat hareketlerinin normal dağılıma uygun olduğu varsayımına dayanan Bachelier(1964)yılındaki çalışması temel alınarak yapılmıştır. Fama(1970) çalışmasında Etkin Piyasa Hipotezinin (EPH), menkul kıymet fiyatlarının daima ulaşılabilir ve tam bilgileri yansıtması durumunda “*etkin bir piyasanın*” varlığından söz etmek mümkün olmaktadır. Dolayısıyla, sahip olunan bilgi ile piyasada ekstra bir gelir elde etmek mümkün olmayacaktır.

Etkin bir piyasada sistematik anomaliler ortaya çıkmadığı ve fiyatların piyasada tamamen rassal bir şekilde oluştuğu söylenir. Diğer bir ifadeyle, fiyatlardaki dalgalanmaların normal dağılıma uyduğu şeklindedir. Etkin piyasa hipotezinin geçerli olabilmesi için menkul kıymete ait fiyatların rassal yürüyüş özelliği göstermesi gerektiğinden, fiyatların geçmiş fiyat hareketlerini içinde barındırmayan kısa hafıza özelliği göstermesi beklenmektedir. Ancak, fiyatların gerçekterassal yürüyüşe uymadığını dağılımın kuyruğunda çok fazla fiyat hareketi olduğu fiyatlardaki dalgalanmalarının normal dağılıma uymadığını gözlemlenmiştir. Brown ve Liebovitch (2010), Mandelbrot (1963 ve 1977) çalışmasını temel alarak piyasa verilerinin Etkin Piyasa Hipotezi'nin varsayımları ile uyumlu olmaması noktasından hareketle getirilerdeki bağımlılığa ve hisse senedi davranışlarındaki diğer gerçeklereimkan tanımak ve finansal zaman serilerinin gerçek karakteristiği

içerisinde bulunan; getiri dağılımındaki kalın kuyruklar, getirilerdeki uzun dönemli bellek ve kendine benzerlik (self similarity) kavramlarına dikkat çekmiştir. Peters (1996) ise, Fraktal Piyasa Hipotezi ile Etkin Piyasa Hipotezine alternatif sunmuştur. Fraktal Piyasa Hipotezi, finansal zaman serilerindeki kendine benzerliğin anlaşılmasıyla ortaya çıkmıştır. Fraktal piyasa hipotezinin temelinde etkin piyasa hipotezinde bulunmayan iki temel bileşenedayanır. Bunlar; piyasa likiditesive bilgidir. Piyasa likiditesi, yatırımcıların birbirleriyle ticaret yapma isteğidir ve genel anlamda yatırımcıların alım ve satım işlemleri sonucu ortaya çıkmaktadır. Piyasa likiditesinin oluşabilmesi için yatırımcıların bir menkul kıymetin değeri üzerinde farklı görüşleri olması gerekir. Bu durum iki nedenle ortaya çıkabilir. Birincisi, bir yatırımcının menkul kıymete ilişkin değer üzerinde bilgisi varken, diğer yatırımcının bilgiye ulaşması mümkün olmayabilir ya da henüz bilgiye erişim sağlamamış olmasıdır. Yatırımcının piyasaya henüz sunmadığı bilgi üzerinden ticaret yapmasına olanak tanıyan içerden bilgi ticareti gözönüne alındığında, bu durum bazı yatırımcıların diğerlerinden önce menkul kıymetin temel değerini etkileyen bilgiye ulaşması halinde ortaya çıkmaktadır. İkincisi ise, iki yatırımcının eş zamanlı olarak bilgiye erişmelerinin yanısıra, yatırım yaptıkları farklı zaman dilimi süresince bilgiye farklı ağırlık vermeleridir. Etkin piyasa hipotezi altında tahmin edildiği gibi piyasa fiyatlarının bağımsız artışlarla tam olarak rassal olduğu alışık olmadık biçimde görülür. Sezgisel olarak fiyatlar kısa dönemli yatırımcılar tarafından kullanılan kısa dönemli teknik bilgi ve uzun dönemli yatırımcıların önemini vurgulayan uzun dönemli temel bilginin birleşimini yansıtır. Kısa zaman ölçeğinde yerel rassallık ve uzun zaman ölçeğinde global determinizmin karışımı fraktal yapılarda gözlemlendiği gibi kendine benzerlik özelliğini tanımlamaktadır (Anderson ve Noss, 2013).

1. Fraktaller, Kendine Benzerlik ve Kendini Andırıcılık

Fraktal geometri pürüzlü ve düzensizlikle ilgilenir. Fraktaller birbirleriyle ilişkili üç temel prensiple tanımlanır. Bunlar; kendine benzerlik, sabit ölçek ve

kuvvet yasası ilişkisidir. Bir nesne kendisinin daha küçük kopyalarının bir birleşimi ise kendine benzerdir. Her küçük parça bütünün küçük bir kopyasıdır. Kendine benzerlik fraktallerle doğrudan ilintilidir ve nesnenin fraktal boyutu kendine benzerliğin derecesini gösterir. Kendine benzerlik iteratif bir süreçtir ve her ölçekte yapı kendini tekrar eder. Fraktaller her yönde aynı şekilde aynı ölçeklendiği için kendine benzerdir. Bu bir anlamda her şeyin aynı oranda yaklaşım uzaklaşması gibidir (Brown ve Liebovitch, 2010).

Deterministik sistemler özel bir kurallara uyar, kendine benzerlik modelleri tam ve mükemmeldir. Ancak, çoğu gözlemsel veri kümelerinde kendine benzerlik rassal bir bileşene göre oluşur. Bu nedenle, gerçek yaşamdaki çoğufraktal modeller istatistikselidir. İstatistiksel olarak kendine benzerlik fraktalın bir parçasının ortalama standart sapması, bütünün ortalama ve standart sapması ile orantılıdır. Eğer ölçek farklı yönlerde farklı miktarda ise fraktal kendini andırır (self affinity). Kendini andırıcılık, bir fotokopi makinesinin sayfanın enini ve boyunu farklı oranda büyütmesi gibidir. Bu bağlamda, kendini andırıcılık fraktal zaman serilerinin özelliklerinden birisidir. İstatistiksel anlamda zaman serisinin küçük bir parçasının yeniden ölçeklendirilen versiyonun büyük parçanın istatistiksel dağılımı ile aynı olmasıdır (Mandelbrot ve Hudson, 2005).

Kendini andırıcılığın matematiksel olarak tanımı şu şekilde ifade edilebilir. Buna göre; t zamanı göstermek üzere bir $X(t)$ zaman serisi verilmiş olsun. Herhangi bir t ve Lt uzunluğundaki aralık için $X(Lt) \equiv L^H X(t)$ ise $X(t)$ kendini andırır. Burada L uzunluk çarpanı ve H Hurst üstelidir. Hüsteli 0 ile 1 arasında değer alır. \equiv işareti ise her iki tarafın standart sapmalarının aynı olduğunu ifade eder (Günay, 2014).

Zaman serilerinde uzun bellekli kavramı, Hurst (1951) çalışması ile ortaya çıkmıştır. Nil Nehri'ndeki akışın bir "kuvvet yasası" (powerlaw) izlediğini tespit eden Hurst, kuvvet yasasını gösteren H üsseli için ilişkiyi şu şekilde tanımlamıştır. Buna göre, $0 \leq H < 0,5$ iken su seviyesindeki sapmalar ısrarcı değil, ortalama dönüşlüdür. Yüksek su seviyeleri

düşük su seviyeleri tarafından takip edilmektedir. Bu durumun tersi de geçerlidir. $H=0,5$ olduğunda su seviyesinin ortalama sapmaları bağımsız ve rassaldır. Bu durum "rassalyürüyüş" tekabül etmektedir. $0,5 < H \leq 1$ olması ise, su seviyesi sapmalarının ısrarcı olduğunu yani bir bağımlılık, uzun bellek yapısı olduğunu göstermektedir. Yüksek su seviyesi, yüksek su seviyeleri tarafından takip edilirken; düşük su seviyeleri de yine düşük su seviyeleri ile takip edilmektedir.

2. R/S, V/S ve Periodogram Analizi

Hurst (1951) ve Mandelbrot (1963 ve 1967) zaman serilerinde uzun dönemli bellek yapısını belirlemeye çalışan ilk çalışmalardan birisidir. Mandelbrot Dönüştürülmüş Genişlik (Rescaled Range, R/S) analizini geliştirmiş ve uzun dönemli belleğin ölçülebilmesini, diğer bir yaklaşımla da piyasa etkinliğinin zayıf formunun test edilebilmesini sağlamıştır. Daha sonra Hurst üstelini hesaplamak için farklı yöntemler ortaya çıkmıştır. Bu yöntemlerden bazıları şu şekilde özetlenebilir: Geweke ve Porter-Hudak (1983) yarı parametrik olan Periodogram analizini, Giraitis vd. (2003) ise dördüncü derece durağan sekanslar için uzun dönemli bellek testinin özelliklerini incelemiş ve dönüştürülmüş varyans (V/S) analizini geliştirmişlerdir.

2.1. R/S Analizi

R/S analizi, ilk defa Mandelbrot (1963 ve 1967) tarafından ortaya atılmıştır. Hurst üstel katsayısını R/S analizi ile hesaplamada önce verilen seri kısa zaman aralıklarına bölünür ve her aralıktaki ortalama ölçek hesaplanır. X uzunluğu N olan bir zaman serisi ve $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ X serisinin bir alt serisi olsun. \bar{x}_τ alt serinin ortalaması ve s_τ standart sapması olmak üzere R/S ölçeklendirme değeri,

$$\left(\frac{R}{S}\right)_\tau = \frac{1}{s_\tau} [\max_{1 \leq t \leq \tau} \sum_{k=1}^t (x_k - \bar{x}_\tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} \sum_{k=1}^t (x_k - \bar{x}_\tau)] \quad (1)$$

şeklinde hesaplanır. (1) nolu denklemde, genel olarak zaman zaman serisi $\frac{N}{2}, \frac{N}{3}, \frac{N}{4}$ ve $\frac{N}{16}$ gibi alt aralıklara bölünür.

$$\left(\frac{R}{S}\right)_\tau \text{ ile } \tau \text{ arasında } \left(\frac{R}{S}\right)_\tau = \left(\frac{\tau}{2}\right)^H$$

ilişisini ortaya koymaktadır.

Hurst üstel katsayısı (H)'nin tahmin edilebilmesi için her iki tarafın da logaritmasının alınmasıyla beraber olur. Bu eşitlik yardımıyla dönüştürülmüş genişlik değerleri (R/S) ile gözlem sayısı (τ) arasında regresyon denklemi kurulur. Regresyondan elde edilen doğrunun eğimi, Hurst üstel katsayısıdır. Aralıklar bölünmesi 10'dan az olması Hurst üstel katsayısının değerine ilişkin kesin sonuçlar vermez (Demireli, 2009).

2.2. V/S Analizi

R/S analizi aykırı değerlerden etkilenir. Aykırı değerlerden etkilenmemesi için önerilen yöntemlerden birisi V/S analizidir. V/S analizinde aralıklar maksimum ve minimum değerler arasındaki fark varyansla yer değiştirir. V/S analizi; (2)

$$\left(\frac{V}{S}\right)_\tau = \frac{1}{\tau s^{\frac{H}{2}}} \left[\sum_{t=1}^{\tau} \left(\sum_{k=1}^t (x_k - \bar{x}_\tau) \right)^2 - \frac{1}{\tau} \left(\sum_{t=1}^{\tau} \left(\sum_{k=1}^t (x_k - \bar{x}_\tau) \right)^2 \right) \right]$$

şeklinde hesaplanır. (2) nolu denklem- $\left(\frac{V}{S}\right)_\tau$ de, ile τ arasında $\left(\frac{V}{S}\right)_\tau = \tau^{2H}$ ilişkisi vardır. (V/S) ile gözlem sayısı (τ) arasında regresyon denklemi kurulur. Cajueiro ve Tabak (2005), regresyondan elde edilen doğrunun eğimi ikiye bölümü, Hurst üstel katsayısıdır. V/S analizi ise ortalama etrafındaki salınımı daha iyi ölçeceğini ifade eder.

2.3. Periodogram Analizi

Fraktal süreçlerde uzun hafıza özelliğini belirlemek için kullanılabilecek parametrik bir yöntemdir. X uzunluğu N olan bir zaman serisi ve ϑ serinin frekansı olsun. Serinin periodogramı;

$$I(\vartheta) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{j=1}^N X(j) e^{ij\vartheta} \right|^2, \quad (3)$$

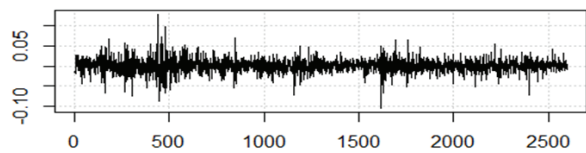
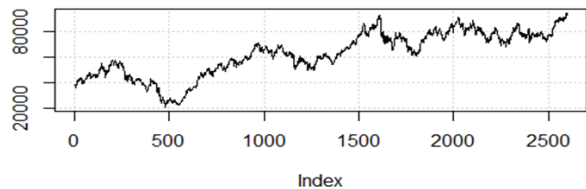
$$i = 1, 2, \dots, q \quad q = \frac{N-1}{2}$$

şeklinde dir. $I(\vartheta)$ serinin spektral yoğunluğudur. Seri uzun hafızaya sahip ise orjinin komşuluğunda $|I(\vartheta)|^{1-2H}$ orantılıdır. Cano ve Manzoni (2000), frekansa karşılık Periodogram değerinin log-log grafiği çizilirse elde edilen doğrunun eğimi $1-2H$ şeklinde hesaplamışlardır. Periodogram analizi zaman serisindeki baskın ya da dominant olan periyod veya dönemleri ortaya çıkarmak içinde kullanılır.

3. Ampirik Analiz

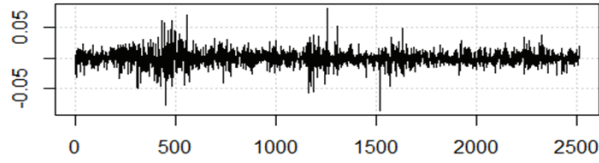
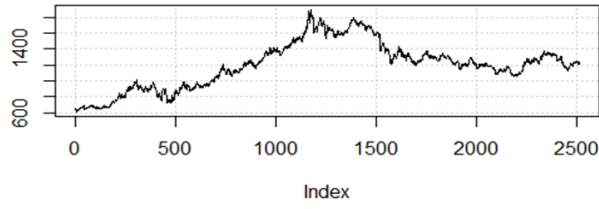
Bu çalışmada, BİST100 indeksi ve Altın Ons fiyatları için R/S, V/S ve Periodogram analizi ile Hurst üstelini hesaplanmıştır. Çalışmada kullanılan veri seti Borsa İstanbul indeksi' (BİST100) nin 03.01.2007-10.05.2017 dönemindeki günlük getirileridir. BIST Pay İndeksleri, Borsa İstanbul'da işlem gören payların gruplar halinde ortak performanslarının ölçülmesi amacıyla oluşturulmuştur. BIST100 İndeksi Borsa İstanbul Pay Piyasası için temel endeks olarak kullanılmaktadır. Yıldız Pazar ve Ana Pazar'da işlem gören şirketlerle, Kolektif Yatırım Ürünleri ve Yapılandırılmış Ürünler Pazarı'nda işlem gören gayrimenkul yatırım ortaklıkları ve girişim sermayesi yatırım ortaklıkları arasından seçilen 100 paydan oluşmakta olup, BIST30 ve BIST50 endekslerine dahil payları da kapsar. Altın/ons fiyatları 12.03.2007 ile 21.03.2017 tarihlerini kapsayan fiyatlardır. Çalışmada kullanılan veriler Türkiye Cumhuriyet Merkez bankası (TCMB), Federal Reserve Bank of St. Louis (FRED) ve yahoofinance web database veri tabanlarından elde edilmiştir. Serilerin fraktal analizinde R İstatistik paket programından kodlar kullanılmıştır.

Şekil 1. BİST100 Endeksi Günlük Kapanış Değerleri ve Getiri Grafiği



Şekil 2. Altın Ons Fiyatları Günlük Kapanış Değerleri ve Getiri Grafiği

Şekil 1 ve Şekil 2, sırasıyla BİST100 indeksi ve Altın Ons Fiyatları günlük kapanış değerleri göstermektedir. Şekil 1 ve Şekil 2'den görüleceği üzere, ele alınan dönemlerde her iki zamanın ortalamadan sapmalar gösterdiği gözlemlenmiştir.



Tablo 1. Hurst Üstelinin Farklı Yöntemlerle Tespiti

Hurst üsteli hesaplama yöntemi	Bist 100 Hurst üsteli	Altın Hurst üsteli
R/S Analizi	0,89	0,78
V/S Analizi	0,91	0,82
Periodogram Analizi	0,88	0,86

Tablo 1'den görüleceği üzere BİST100 İndeksi ve Altın Ons Fiyatları serileri için RS, V/S ve Periodogram analiziyle hesaplanan Hurst üsteli değerleri 0,5'den büyük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla, her iki zaman serisinde uzun dönemli bellek yapısına sahip olduğu söylenebilir.

4. Sonuç

Finansal zaman serilerinin uzun dönemli bellek yapısını ortaya çıkarmak için kullanılan dönüştürülmüş genişlik (RS), dönüştürülmüş varyans (V/S) ve yarı parametrik nitelikteki periodogram analizi geliştirilerek Hurst üsteli tahmin edilmiştir. Çalışmada 2007 ile 2017 yılları arasında BİST100 indeksi ve Altın Ons fiyatlarının günlük verilerinden yararlanarak RS, V/S ve Periodogram analizi ile Hurst üstelini hesaplanmıştır. BİST100 indeksi ve Altın Ons fiyatları için Hurst üsteli hesaplanmıştır. Hurst üsteli alım ve satım için strateji belirlenmesinde kullanılabilir. Hurst üstelinin 0,5' den büyük olduğu durumlarda pozitif (veya negatif) getirilerin pozitif (veya negatif) getirileri takip etmesi muhtemeldir. Hurst üstelinin 0,5' den küçük olması durumunda ise serinin ortalamaya dönme davranışının olacağını gösterir. BİST100 indeksi ve Altın Ons fiyatları için hesaplanan Hurst üsteli 0,5' den büyük olduğu

için getirilerin birbirini takip etme olasılığının yüksek olduğunu söylenebilir. Yapılan analiz sonucunda BİST100 indeksi ve Altın Ons fiyatları için Hurst üsteli 0,5' den büyük çıkmıştır. Zaman serilerindeki uzun dönemli bellek yapısını belirlemek için Tahmin edilen Hurst üsteline göre, serilerin uzun dönemli bellek yapısı taşıdığı gözlemlenmiştir.

Kaynakça

Anderson N. ve Noss J.(2013).The Fractal Market Hypothesis and Its Implications for the Stability of Financial Markets', Bank of England, Financial Stability Paper No. 23, August, ss.1-22.

Bachelier, L. (1964). The Theory of Speculation, P. Cootner (der), Random Character of Stock Market Prices içinde, Cambridge, MA, M.I.T Press.

Brown, Clifford T. ve Larry S. Liebovitch (2010). Fractal Analysis, Quantitative Applications in the Social Sciences, Monograph No. 165. Thousand Oaks, Calif.: Sage Publications.

Cano J.C. ve Manzoni P.(2000), On The Use Calculation of the Hurst Parameter with MPEG Videos Data Traffic, Proceedings of the 26th Euromicro Conference. EUROMICRO 2000. Informatics: Inventing the Future, ss.448-455.

Cajueiro, D.O. ve Tabak, B.M. (2006). The Long-Range Dependence Phenomena in Asset Returns: The Chinese Case. Applied Economics Letters, 13, ss. 131-133.

Demireli E. ve Ural M.(2009). Hurst Üstel Katsayısı Aracılığıyla Fraktal Yapı Analizi ve İMKB'de Bir Uygulama, Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, Cilt: 23, Sayı: 2, ss.243-255.

Fama, E. F. (1970), Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, Journal of Finance, Vol. 25, No. 2, ss. 383-417.

Geweke, J. ve Porter-Hudak, S. (1983). The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models. Journal of Time Series Analysis 4, ss.221-238

Günay, S.(2014). Yapısal Kırılmalar Dahilinde BİST-100 Endeksi Volatilitésinin Uzun Dönemli

Bellek Analizi ,Journal of Yasar University, 2014
9(36), ss.6261-6380.

Giraitis, L.,Kokoszka,P., Leipus, R. veTeyssiere, G.
(2003). RescaledVarianceandRelatedTestsforLong
Memory in VolatilityandLevels, Journal of Econo-
metrics 112, ss. 265 - 294.

Hurst, H.E. (1951). Long-term Storage Capacity of
Reservoirs, Transactions of theAmericanSociety of
CivilEngineers, 116, ss.770-808.

Mandelbrot, B. B. (1963).TheVariation of CertainS-
peculativePrices, TheJournal of Business, Vol. 36,
No. 4, ss. 394-419.

Mandelbrot, B. B. (1977).Fractals, Encyclopedia of
Statistical Sciences, John Wiley&Sons, Inc.

Mandelbrot, B. B. ve Hudson, R.L.(2005). Finans Pi-
yasalarında Saklı Düzen / Risk, Çöküş ve Kazanca
Fraktal Yaklaşımlar (Çeviren:Metin Hüner), Gün-
cel Yayıncılık, Şişli / İstanbul.

Peters, Edgar E. (1996). Chaos and Order in the Ca-
pital Markets: A New View of Cycles, Prices, and
Market Volatility, 2nd Edition, John Wiley&Sons,
Australia.

R Core Team (2015). R: A Language and Environ-
ment For Statistical Computing, R Foundation for
Statistical Computing, Vienna, Austria, URL <https://www.R-project.org/>.